

Metode Numerik

REGRESI

SELISIH KUADRAT TERKECIL

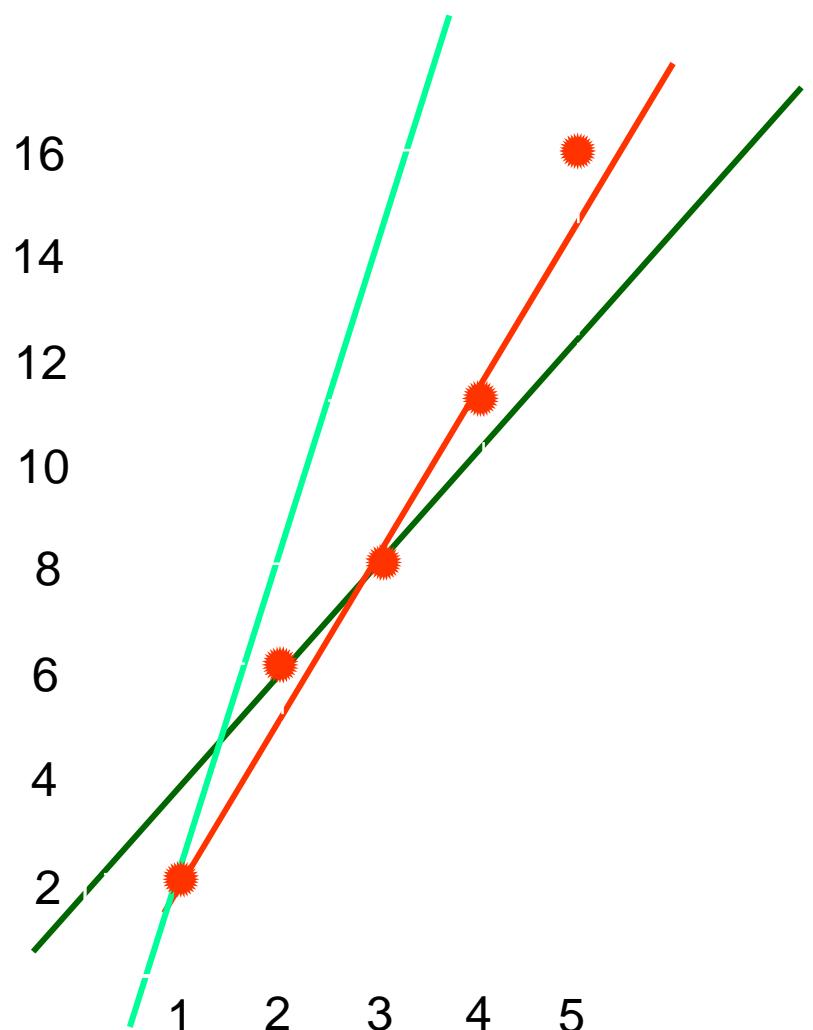
PENDAHULUAN

REGRESI LINIER

REGRESI POLINOM (KUADRATIK)

REGRESI EKSPONENSIAL

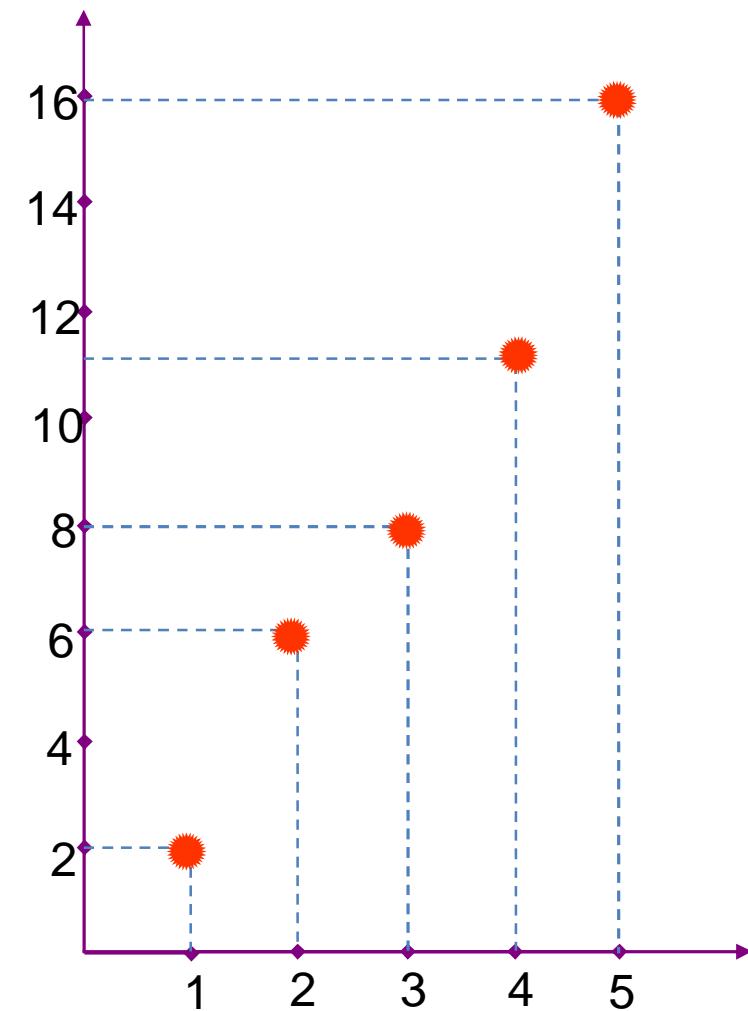
REGRESI LINIER:



- Mendapatkan sebuah garis lurus (fungsi linier) yang dianggap menggambarkan kondisi data.
- Garis lurus mana yang dipilih:
/ / atau /
- Dasar/kriteria pemilihannya:
Adalah total kesalahan minimum

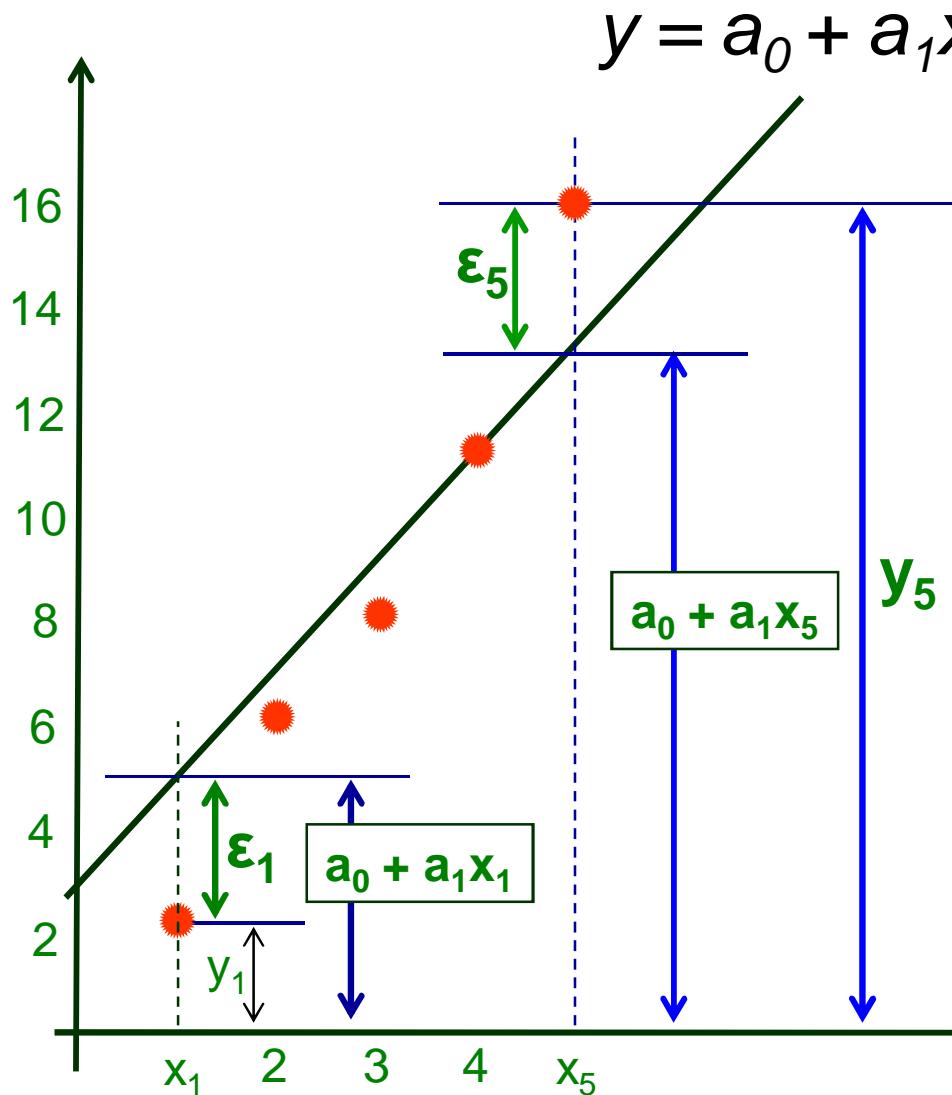
PENDAHULUAN

Regresi adalah penetapan sebuah fungsi tertentu berdasarkan titik data



Definisi Kesalahan (ε)

Regresi Linier



$$y_i = a_0 + a_1x_i + \varepsilon_i$$

Bentuk Umum ε :

$$\varepsilon_i = y_i - a_0 - a_1x_i$$

$$\varepsilon_1 = y_1 - a_0 - a_1x_1$$

$$\varepsilon_5 = y_5 - a_0 - a_1x_5$$

Regresi Linier Menggunakan Kriteria Kesalahan Kuadrat Terkecil

Total Kesalahan sebagai fungsi dari a_1 dan a_0 :

$$S(a_0, a_1) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

Nilai ekstrim:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) x_i = 0$$

Regresi Linier

$$\sum y_i - \sum a_0 - \sum a_1 x_i = 0$$

$$\sum y_i x_i - \sum a_0 x_i - \sum a_1 x_i^2 = 0$$

Diperoleh SPL dalam a_0 dan a_1 :

$$n a_0 + a_1 \sum x_i = \sum y_i$$

$$a_0 \sum x_i + \sum a_1 x_i^2 = \sum y_i x_i$$

Contoh

Buatlah regresi linier untuk data dibawah ini:

| x_i | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 |
|-------|----|---|---|---|----|
| y_i | -2 | 0 | 4 | 7 | 12 |

Penyelesaian: Dibuat tabel berikut

| x_i | y_i | x_i^2 | $x_i y_i$ |
|----------|-------|---------|-----------|
| 0 | -2 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 4 | 9 | 12 |
| 4 | 7 | 16 | 28 |
| 6 | 12 | 36 | 72 |
| Σ | 14 | 62 | 112 |

Regresi Linier

Diperoleh SPL dalam a_0 dan a_1 :

$$5a_0 + 14a_1 = 21$$

$$14a_0 + 62a_1 = 112$$

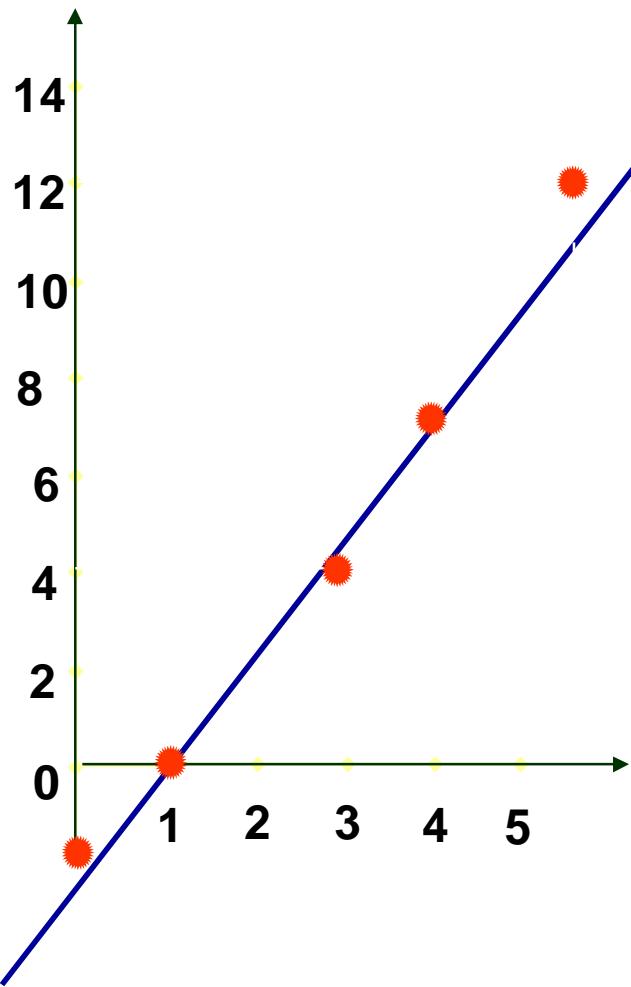
Solusi SPL ini adalah:

$$a_0 = -2.3333$$

$$a_1 = 2.3333$$

Regresi Linier

9



Regresi liniernya adalah:
 $y = -2.3333 + 2.3333x$

REGRESI KUADRATIK

Mendapatkan sebuah kurva (fungsi order kedua) yang dianggap menggambarkan kondisi data.

$$y = a_0 + a_1x + a_2 x^2$$

Total Kesalahan sebagai fungsi dari a_0 , a_1 dan a_2 :

$$S(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^2$$

Regresi Kuadratik

Nilai ekstrim:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) x_i = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) x_i^2 = 0$$

Regresi Kuadratik

Diperoleh SPL dalam a_0 , a_1 dan a_2 :

$$\sum a_0 + \sum a_1 x_i + \sum a_2 x_i^2 = \sum y_i$$

$$\sum a_0 x_i + \sum a_1 x_i^2 + \sum a_2 x_i^3 = \sum y_i x_i$$

$$\sum a_0 x_i^2 + \sum a_1 x_i^3 + \sum a_2 x_i^4 = \sum y_i x_i^2$$

Regresi Kuadratik

Buatlah regresi kuadratik untuk data berikut:

| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|---|---|---|----|----|
| y_i | 2 | 6 | 8 | 11 | 16 |

Penyelesaian: Dibuat tabel berikut

| x | y | x^2 | x^3 | x^4 | yx | yx^2 |
|----|----|-------|-------|-------|------|--------|
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 6 | 4 | 8 | 16 | 12 | 24 |
| 3 | 8 | 9 | 27 | 81 | 24 | 72 |
| 4 | 11 | 16 | 64 | 256 | 44 | 176 |
| 5 | 16 | 25 | 125 | 625 | 80 | 400 |
| 15 | 43 | 55 | 225 | 979 | 162 | 674 |

Regresi Kuadratik

Diperoleh SPL dalam a_0 , a_1 dan a_2 :

$$5a_0 + 15 a_1 + 55 a_2 = 43$$

$$15a_0 + 55 a_1 + 225 a_2 = 162$$

$$55a_0 + 225 a_1 + 979 a_2 = 674$$

Regresi Kuadratik

Solusi SPL ini adalah:

$$a_0 = 0,2$$

$$a_1 = 2,01428$$

$$a_2 = 0,21428$$

Regresi kuadratiknya adalah:

$$y = 0,2 + 2,01428 x + 0,21428 x^2$$

REGRESI EKSPONENSIAL

- Mendapatkan fungsi eksponensial $f = ae^{bx}$
- Diambil nilai Ln: $\ln f = \ln a + bx$

Atau $y = a_0 + a_1x$

dengan $y = \ln f$

$$a_0 = \ln a$$

$$a_1 = b$$

Regresi Eksponensial

Contoh:

Dapatkan fungsi eksponensial untuk data dibawah ini:

| x_i | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 |
|-------|---|---|---|----|----|
| f_i | 3 | 5 | 7 | 10 | 15 |

Diperoleh tabel dan persamaan sebagai berikut

Regresi Eksponensial

| x_i | f_i | $y_i = \ln f_i$ | x_i^2 | $x_i y_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|-----------|
| 0 | 3 | 1,0986 | 0 | 0 |
| 1 | 5 | 1,6094 | 1 | 1,609438 |
| 3 | 7 | 1,9459 | 9 | 5,83773 |
| 4 | 10 | 2,3026 | 16 | 9,21034 |
| 6 | 15 | 2,7081 | 36 | 16,2483 |
| 14 | 40 | 9,6646 | 62 | 32,9058 |

$$5a_0 + 14 a_1 = 9,6646$$

$$14a_0 + 62 a_1 = 32, 9058$$

Regresi Eksponensial

Solusi Persamaan tersebut adalah $a_0 = 1,2151$ dan $a_1 = 0,2564$

Sehingga $a = e^{1,2151} = 3,3707$ dan $b = 0,2564$
dan regresi eksponensialnya adalah:

$$f = 3,3707 e^{0,2564x}$$